

# 入学試験過去問題

## 数 学

東京大学（文科）

対象年度：1981 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

配点：80 点

## 第 1 問

$A = \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$  とし、正の整数  $n$  について、 $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  とおく。つぎに、 $a$  を実数とし、 $xy$  平面上の点  $(x_n, y_n)$  と点  $(a, 0)$  との距離を  $d_n$  とする。このとき、 $d_{n+1} > d_n$  がすべての正の整数  $n$  に対して成り立つような、 $a$  の値の範囲を求めよ。

## 第 2 問

A が 100 円硬貨を 4 枚，B が 50 円硬貨を 3 枚投げ，硬貨の表が出た枚数の多い方を勝ちとし，同じ枚数のときは引き分けとする。硬貨の表，裏の出る確率はすべて  $\frac{1}{2}$  であるものとする。

- (1) A の勝つ確率，B の勝つ確率，引き分けの確率を求めよ。
- (2) もし，勝った方が相手の投げた硬貨を全部もらえとしたら，A と B とどちらが有利か。

### 第 3 問

2つの放物線  $y = 2x^2 + 1$ ……①  $y = -x^2 + c$ ……② の共通接線の方程式を求めよ。ただし、 $c$  は定数で、 $c < 1$  をみたすものとする。つぎに、共通接線と放物線①で囲まれた部分の面積を  $S_1$ 、共通接線と放物線②で囲まれた部分の面積を  $S_2$  としたとき、 $\frac{S_1}{S_2}$  の値を求めよ。

## 第 4 問

実数  $\alpha$  (ただし  $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ ) と、空間の点  $A(1, 1, 0)$ ,  $B(1, -1, 0)$ ,  $C(0, 0, 0)$  を与えて、つぎの 4 条件をみたす点  $P(x, y, z)$  を考える。

(イ)  $z > 0$

(ロ) 2 点  $P$ ,  $A$  を通る直線と、 $A$  を通り  $z$  軸と平行な直線のつくる角は  $\frac{\pi}{4}$

(ハ) 2 点  $P$ ,  $B$  を通る直線と、 $B$  を通り  $z$  軸と平行な直線のつくる角は  $\frac{\pi}{4}$

(ニ) 2 点  $P$ ,  $C$  を通る直線と、 $C$  を通り  $z$  軸と平行な直線のつくる角は  $\alpha$

このような点  $P$  の個数を求めよ。また、 $P$  が 1 個以上存在するとき、それぞれの場合について、 $z$  の値を、 $\alpha$  を用いて表せ。