

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1980年

試験時間：100分

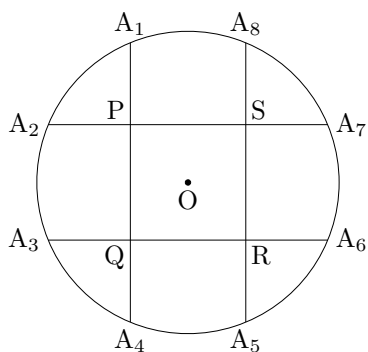
問題数：4問

配点：80点

第 1 問

図のように、半径 a の円 O の周を 8 等分する点を順に $A_1, A_2, \dots, A_8$ とし、弦 A_1A_4 と弦 A_2A_7 , A_3A_6 との交点をそれぞれ P , Q とし、弦 A_5A_8 と弦 A_3A_6 , A_2A_7 との交点をそれぞれ R , S とする。

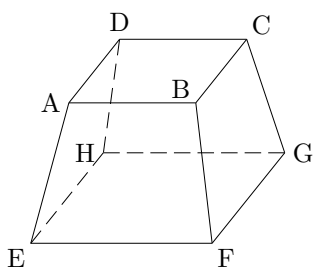
このとき、正方形 $PQRS$ の面積を求めよ。また、線分 A_1P , A_2P と弧 A_1A_2 とで囲まれる図形の面積を求めよ。



第 2 問

図のような立体 $ABCD - EFGH$ がある。上底面 $ABCD$ ，下底面 $EFGH$ はともに正方形であって，両底面はたがいに平行であり，4 つの側面 $ABFE$ ， $BCGF$ ， $CDHG$ ， $DAEH$ は台形であって， $AE = BF = CG = DH$ である。また下底面の 1 辺の長さは 12，両底面の間の距離は 4 である。

上底面の 1 辺の長さが x のとき，側面 $ABFE$ の面積を $S(x)$ とする。 x が $2 \leq x \leq 10$ の範囲を動くときの $S(x)$ の最大値と最小値を求めよ。



第 3 問

n, a, b, c, d は 0 または正の整数であって,

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = n^2 - 6 \\ a + b + c + d \leq n \\ a \geq b \geq c \geq d \end{cases}$$

をみたすものとする。このような数の組 (n, a, b, c, d) をすべて求めよ。

第 4 問

a, b は $a^2 + b^2 = 1$ をみたす定まった実数とし, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & -a \end{pmatrix}$ とおく。実数の組 (x, y) について $Z = xI + yA$ とおき, この Z に対して $Z' = xI - yA$ とおく。また零行列を O で表す。

- (1) 等式 $ZZ' - Z - Z' - 3I = O \cdots \cdots (*)$ をみたすすべての Z に対する点 (x, y) のつくる曲線を図示せよ。
- (2) $x^2 + y^2 \neq 0$ のとき, Z の逆行列 Z^{-1} があって $uI + vA$ の形に表されることを示せ。また, 等式 $(*)$ をみたすすべての Z に対する点 (u, v) のつくる曲線を図示せよ。