

入 学 試 験 問 題



数 学 (文科)

(配点 80 点)

1979 年度 試験時間 100 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号（表面 2 箇所、裏面 1 箇所）、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

xy 平面上の 4 点 $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(1, 1)$, $D(0, 1)$ を頂点とする正方形を Q とする。

実数 t に対して一次変換 $U_t = \begin{pmatrix} 1+t & t+t^2 \\ 0 & 1+t \end{pmatrix}$, $V_t = \begin{pmatrix} 1+t & 0 \\ t+t^2 & 1+t \end{pmatrix}$ を考え, Q が U_t によって写された図形と, Q が V_t によって写された図形との共通部分の面積を $S(t)$ とする。 t が $t \geq 0$ の範囲を動くとき, t の関数 $S(t)$ のグラフの概形を描き, $S(t)$ のこの範囲での最大値を求めよ。

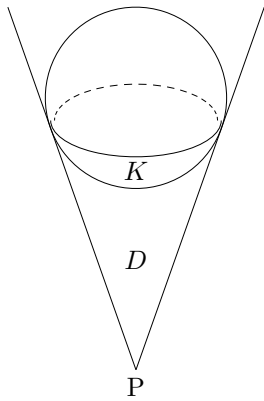
計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

図のように、半径 1 の球が、ある円錐の内部にはめこまれる形で接しているとする。球と円錐面が接する点の全体は円をなすが、その円を含む平面を α とする。

円錐の頂点を P とし、 α に関して P と同じ側にある球の部分を K とする。また、 α に関して P と同じ側にある球面の部分および円錐面の部分で囲まれる立体を D とする。いま、 D の体積が球の体積の半分に等しいという。そのときの K の体積を求めよ。



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

ある硬貨を投げるとき、表と裏がおのこの確率 $\frac{1}{2}$ で出るものとする。

この硬貨を 8 回くり返して投げ、 n 回目に表が出れば $X_n = 1$ 、裏が出れば $X_n = -1$ とし、 $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ ($1 \leq n \leq 8$) とおく。

このとき次の確率を求めよ。

(1) $S_n \neq 0$ かつ $S_8 = 2$ となる確率。

(2) $S_4 = 0$ かつ $S_8 = 2$ となる確率。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

a を正の整数とし、数列 $\{u_n\}$ を次のように定める。

$$u_1 = 2, \quad u_2 = a^2 + 2, \quad u_n = au_{n-2} - u_{n-1}, \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

このとき、数列 $\{u_n\}$ の項に 4 の倍数が現れないために、 a のみたすべき必要十分条件を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

