

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1978年

試験時間：100分

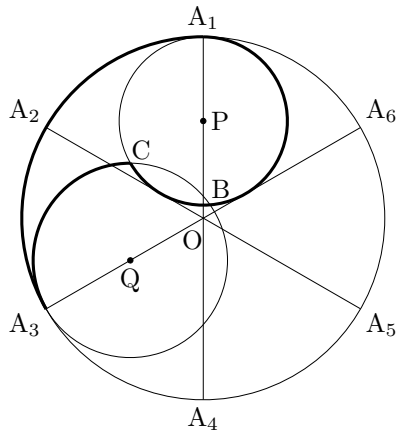
問題数：4問

配点：80点

第 1 問

半径 1 の円 O の周を 6 等分する点を図のように順次 $A_1, A_2, \dots, A_6$ とする。弧 $A_2A_1A_6$ および半径 OA_2, OA_6 に接する円の中心を P とし、この円 P の周と線分 OP の交点を B とする。線分 OA_3 上に $OQ = PA_1$ をみたすように点 Q を定める。 Q を中心とし QA_3 を半径とする円周と円 P の交点のうちで、直径 A_1B に関し点 A_2 と同じ側にあるものを C とする。

このとき四辺形 $OPCQ$ は平行四辺形であることを証明せよ。また弧 $A_1A_2A_3$, 弧 A_3C , 弧 CBA_1 によって囲まれた領域（図の太線で囲まれた部分）の面積を求めよ。



第 2 問

二つの放物線 $y = x^2 - 2x + 2 \cdots \cdots (1)$, $y = -x^2 + ax + b \cdots \cdots (2)$ は, それらの交点の一つ P で, 接線が互いに直交しているものとする。このとき, 放物線 (2) は, a, b の値に無関係な一定の点 Q を通ることを証明し, Q の座標を求めよ。

第 3 問

x の関数 $f(x) = (x^2 - 4)(x^2 - 9)$ の, $t \leq x \leq t + 1$ という範囲における最大値を $g(t)$ とする。 t が $-3 \leq t \leq 3$ の範囲を動くとき, 関数 $s = g(t)$ を求め, そのグラフを描け。

第 4 問

xy 平面で点 $P(-3, 6)$ を通り、曲線 $y = x^3 - 5x^2 + x + 9 \cdots \cdots (1)$ に接する直線のうち、接点の x 座標が $x \geq 0$ をみたすものを PQ , PR とする。ただしこれらの直線は点 Q , R において曲線 (1) に接するものとする。このとき曲線 (1) の点 Q から点 R までの部分と、線分 PQ , 線分 PR で囲まれた領域の面積を求めよ。