

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1975 年

試験時間：100 分

問題数：4 問

配点：80 点

第 1 問

三角形 ABC において、 $BC = 32$ ， $CA = 36$ ， $AB = 25$ とする。この三角形の二辺の上に両端をもつ線分 PQ によって、この三角形の面積を二等分する。そのような PQ の長さが最短になる場合の、P と Q の位置を求めよ。

第 2 問

k, l, m, n は負でない整数とする。0 でないすべての x に対して等式

$$\frac{(x+1)^k}{x^l} - 1 = \frac{(x+1)^m}{x^n}$$

を成り立たせるような k, l, m, n の組を求めよ。

第 3 問

二つの放物線 $y = x^2$ と $y = -(x - a)^2 + b$ とによって囲まれる図形の面積が $\frac{1}{3}$ となるための必要十分条件を a, b を用いて表せ。

第 4 問

xy 平面内の曲線 $x = f(y)$ ($f(y)$ は正の値をとる関数とする) と直線 $y = 2$ および x 軸, y 軸で囲まれる図形を y 軸のまわりに回転してできる立体から, y 座標が 2 の y 軸上の点を中心とする半径 1 の球との共通部分をくりぬいた残りの立体を A とする。立体 A の $y \leq t$ にあたる部分の体積 $V(t)$ が

$$V(t) = \begin{cases} \frac{2}{3}\pi(t^2 + t) & (0 \leq t \leq 1) \\ \pi\left(\frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 4t - \frac{3}{2}\right) & (1 < t \leq 2) \end{cases}$$

であるとき, 関数 $f(y)$ ($0 \leq y \leq 2$) を定めて, A の xy 平面による断面の図形をえがけ。