

入学試験過去問題

数 学

東京大学（文科）

対象年度：1973年

試験時間：100分

問題数：4問

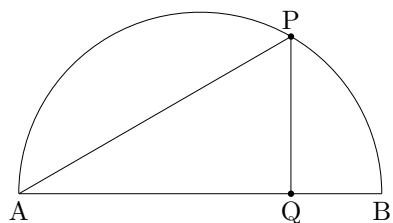
配点：80点

第 1 問

平面上に 1 辺の長さが 1 の正方形 S がある。この平面上で S を平行移動して得られる正方形で、点 P を中心にもつものを $T(P)$ とする。このとき、共通部分 $S \cap T(P)$ の面積が $\frac{1}{2}$ 以上となるような点 P の存在範囲を図示せよ。

第 2 問

図において $AB = 2a$ とする。AB を直径とする半円周上に P があるとする。 P から AB に下ろした垂線の足を Q とする。 $\triangle APQ$ を AB のまわりに回転してできる立体の体積の最大値を求めよ。



第 3 問

4 角錐 $V - ABCD$ があって、その底面 $ABCD$ は正方形であり、また 4 辺 VA , VB , VC , VD の長さは相等しい。この 4 角錐の頂点 V から底面に下ろした垂線 VH の長さは 6 であり、底面の 1 辺の長さは $4\sqrt{3}$ である。 VH 上に $VK = 4$ なる点 K をとり、点 K と底面の 1 辺 AB とを含む平面で、この 4 角錐を 2 つの部分に分けると、頂点 V を含む部分の体積を求めよ。

第 4 問

区間 $1 \leq x \leq 3$ において次のように定義された関数 $f(x)$ がある。

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (1 \leq x \leq 2). \\ x - 1 & (2 \leq x \leq 3). \end{cases}$$

いま実数 a に対して、区間 $1 \leq x \leq 3$ における関数 $f(x) - ax$ の最大値から最小値を引いた値を $V(a)$ とおく。このとき次の問に答えよ。

- (1) a がすべての実数にわたって動くとき、 $V(a)$ の最小値を求めよ。
- (2) $V(a)$ の最小値を与えるような a の値を求めよ。