

東京大学（文科） 2026 年 第 4 問

k を実数とし、座標平面上の曲線 C を $y = x^3 - kx$ で定める。 C 上の 2 点 P, Q に対する以下の条件 (*) を考える。

条件 (*) 原点 O , 点 P , 点 Q は相異なり、 C の O, P, Q における接線のうち、どの 2 本も交わり、そのなす角はすべて $\frac{\pi}{3}$ となる。

ただし、2 直線のなす角は 0 以上 $\frac{\pi}{2}$ 以下の範囲で考えるものとする。

- (1) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{6}$ とする。 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ を $\tan\theta$ を用いて表せ。
- (2) 条件 (*) を満たす P, Q が存在するような k の範囲を求めよ。
- (3) k が (2) で定まる範囲にあるとする。 P, Q が条件 (*) を満たすように動くとき、 C の O, P, Q における接線によって囲まれる三角形の面積 S の最大値を M , 最小値を m とおく。ただし、3 本の接線が 1 点で交わるときは $S = 0$ とする。 $M = 4m$ となる k の値を求めよ。