

東京大学（理科） 2025 年 第 6 問

複素数平面上の点 $\frac{1}{2}$ を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円の周から原点を除いた曲線を C とする。

- (1) 曲線 C 上の複素数 z に対し、 $\frac{1}{z}$ の実部は 1 であることを示せ。
- (2) α, β を曲線 C 上の相異なる複素数とするとき、 $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ がとりうる範囲を複素数平面上に図示せよ。
- (3) γ を (2) で求めた範囲に属さない複素数とするとき、 $\frac{1}{\gamma}$ の実部がとりうる値の最大値と最小値を求めよ。