

東京大学（理科） 2025 年 第 4 問

この問いでは、0 以上の整数の 2 乗になる数を平方数と呼ぶ。 a を正の整数とし、 $f_a(x) = x^2 + x - a$ とおく。

- (1) n を正の整数とする。 $f_a(n)$ が平方数ならば、 $n \leq a$ であることを示せ。
- (2) $f_a(n)$ が平方数となる正の整数 n の個数を N_a とおく。次の条件 (i), (ii) が同値であることを示せ。
 - (i) $N_a = 1$ である。
 - (ii) $4a + 1$ は素数である。