

東京大学（理科） 2025 年 第 1 問

座標平面上の点 $A(0, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 1)$, $D(1, 0)$ を考える。実数 $0 < t < 1$ に対して、線分 AB , BC , CD を $t : (1 - t)$ に内分する点をそれぞれ P_t , Q_t , R_t とし、線分 P_tQ_t , Q_tR_t を $t : (1 - t)$ に内分する点をそれぞれ S_t , T_t とする。さらに、線分 S_tT_t を $t : (1 - t)$ に内分する点を U_t とする。また、点 A を U_0 , 点 D を U_1 とする。

- (1) 点 U_t の座標を求めよ。
- (2) t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲を動くときに点 U_t が描く曲線と、線分 AD で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (3) a を $0 < a < 1$ を満たす実数とする。 t が $0 \leq t \leq a$ の範囲を動くときに点 U_t が描く曲線の長さを、 a の多項式の形で求めよ。