

東京大学（理科） 2024 年 第 4 問

$f(x) = -\frac{\sqrt{2}}{4}x^2 + 4\sqrt{2}$ とおく。 $0 < t < 4$ を満たす実数 t に対し、座標平面上の点 $(t, f(t))$ を通り、この点において放物線 $y = f(x)$ と共通の接線を持ち、 x 軸上に中心を持つ円を C_t とする。

- (1) 円 C_t の中心の座標を $(c(t), 0)$ 、半径を $r(t)$ とおく。 $c(t)$ と $\{r(t)\}^2$ を t の整式で表せ。
- (2) 実数 a は $0 < a < f(3)$ を満たすとする。円 C_t が点 $(3, a)$ を通るような実数 t は $0 < t < 4$ の範囲にいくつあるか。