

東京大学（文科） 2022 年 第 2 問

$y = x^3 - x$ により定まる座標平面上の曲線を C とする。 C 上の点 $P(\alpha, \alpha^3 - \alpha)$ を通り、点 P における C の接線と垂直に交わる直線を ℓ とする。 C と ℓ は相異なる 3 点で交わるとする。

- (1) α のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) C と ℓ の点 P 以外の 2 つの交点の x 座標を β, γ とする。ただし $\beta < \gamma$ とする。 $\beta^2 + \beta\gamma + \gamma^2 - 1 \neq 0$ となることを示せ。
- (3) (2) の β, γ を用いて、

$$u = 4\alpha^3 + \frac{1}{\beta^2 + \beta\gamma + \gamma^2 - 1}$$

と定める。このとき、 u のとりうる値の範囲を求めよ。