

東京大学（理科） 2018 年 第 6 問

座標空間内の 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(1, 1, 1)$ を考える。

$\frac{1}{2} < r < 1$ とする。点 P が線分 OA , AB , BC 上を動くときに点 P を中心とする半径 r の球（内部を含む）が通過する部分を、それぞれ V_1 , V_2 , V_3 とする。

- (1) 平面 $y = t$ が V_1 , V_3 双方と共有点をもつような t の範囲を与えよ。さらに、この範囲の t に対し、平面 $y = t$ と V_1 の共通部分および、平面 $y = t$ と V_3 の共通部分を同一平面上に図示せよ。
- (2) V_1 と V_3 の共通部分が V_2 に含まれるための r についての条件を求めよ。
- (3) r は (2) の条件をみたすとする。 V_1 の体積を S とし、 V_1 と V_2 の共通部分の体積を T とする。 V_1 , V_2 , V_3 を合わせて得られる立体 V の体積を S と T を用いて表せ。
- (4) ひきつづき r は (2) の条件をみたすとする。 S と T を求め、 V の体積を決定せよ。