

東京大学（理科） 2018 年 第 3 問

放物線  $y = x^2$  のうち  $-1 \leq x \leq 1$  をみたす部分を  $C$  とする。座標平面上の原点  $O$  と点  $A(1, 0)$  を考える。 $k > 0$  を実数とする。点  $P$  が  $C$  上を動き、点  $Q$  が線分  $OA$  上を動くとき、

$$\overrightarrow{OR} = \frac{1}{k} \overrightarrow{OP} + k \overrightarrow{OQ}$$

をみたす点  $R$  が動く領域の面積を  $S(k)$  とする。

$S(k)$  および  $\lim_{k \rightarrow +0} S(k)$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} S(k)$  を求めよ。