

東京大学（理科） 2017 年 第 4 問

$p = 2 + \sqrt{5}$  とおき，自然数  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して

$$a_n = p^n + \left(-\frac{1}{p}\right)^n$$

と定める。以下の問いに答えよ。ただし設問 (1) は結論のみを書けばよい。

- (1)  $a_1, a_2$  の値を求めよ。
- (2)  $n \geq 2$  とする。積  $a_1 a_n$  を， $a_{n+1}$  と  $a_{n-1}$  を用いて表せ。
- (3)  $a_n$  は自然数であることを示せ。
- (4)  $a_{n+1}$  と  $a_n$  の最大公約数を求めよ。