

東京大学（理科） 2015 年 第 3 問

a を正の実数とし、 p を正の有理数とする。

座標平面上の 2 つの曲線 $y = ax^p$ ($x > 0$) と $y = \log x$ ($x > 0$) を考える。この 2 つの曲線の共有点が 1 点のみであるとし、その共有点を Q とする。

以下の問いに答えよ。必要であれば、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{\log x} = \infty$ を証明なしに用いてよい。

- (1) a および点 Q の x 座標を p を用いて表せ。
- (2) この 2 つの曲線と x 軸で囲まれる図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を p を用いて表せ。
- (3) (2) で得られる立体の体積が 2π になるときの p の値を求めよ。