

東京大学（理科） 2013 年 第 5 問

次の命題 P を証明したい。

命題 P 次の条件 (a), (b) をともに満たす自然数（1 以上の整数） A が存在する。

(a) A は連続する 3 つの自然数の積である。

(b) A を 10 進法で表したとき, 1 が連続して 99 回以上現れるところがある。

以下の問いに答えよ。

(1) y を自然数とする。このとき不等式

$$x^3 + 3yx^2 < (x + y - 1)(x + y)(x + y + 1) < x^3 + (3y + 1)x^2$$

が成り立つような正の実数 x の範囲を求めよ。

(2) 命題 P を証明せよ。