

東京大学（理科） 2013 年 第 3 問

A, B の 2 人がいる。投げたとき表裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ のコインが 1 枚あり、最初は A がそのコインを持っている。次の操作を繰り返す。

- (i) A がコインを持っているときは、コインを投げ、表が出れば A に 1 点を与え、コインは A がそのまま持つ。裏が出れば、両者に点を与えず、A はコインを B に渡す。
- (ii) B がコインを持っているときは、コインを投げ、表が出れば B に 1 点を与え、コインは B がそのまま持つ。裏が出れば、両者に点を与えず、B はコインを A に渡す。

そして A, B のいずれかが 2 点を獲得した時点で、2 点を獲得した方の勝利とする。たとえば、コインが表、裏、表、表と出た場合、この時点で A は 1 点、B は 2 点を獲得しているので B の勝利となる。

- (1) A, B あわせてちょうど n 回コインを投げ終えたときに A の勝利となる確率 $p(n)$ を求めよ。
- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} p(n)$ を求めよ。