

東京大学（理科） 2010 年 第 3 問

2 つの箱 L と R, ボール 30 個, コイン投げで表と裏が等確率 $\frac{1}{2}$ で出るコイン 1 枚を用意する。 x を 0 以上 30 以下の整数とする。L に x 個, R に $30 - x$ 個のボールを入れ, 次の操作 (#) を繰り返す。

(#) 箱 L に入っているボールの個数を z とする。コインを投げ, 表が出れば箱 R から箱 L に, 裏が出れば箱 L から箱 R に, $K(z)$ 個のボールを移す。ただし, $0 \leq z \leq 15$ のとき $K(z) = z$, $16 \leq z \leq 30$ のとき $K(z) = 30 - z$ とする。

m 回の操作の後, 箱 L のボールの個数が 30 である確率を $P_m(x)$ とする。たとえば $P_1(15) = P_2(15) = \frac{1}{2}$ となる。以下の問 (1), (2), (3) に答えよ。

- (1) $m \geq 2$ のとき, x に対してうまく y を選び, $P_m(x)$ を $P_{m-1}(y)$ で表せ。
- (2) n を自然数とするととき, $P_{2n}(10)$ を求めよ。
- (3) n を自然数とするととき, $P_{4n}(6)$ を求めよ。