

東京大学（理科） 2009 年 第 1 問

自然数 $m \geq 2$ に対し、 $m - 1$ 個の二項係数

$${}_m C_1, {}_m C_2, \dots, {}_m C_{m-1}$$

を考え、これらすべての最大公約数を d_m とする。すなわち d_m はこれらすべてを割り切る最大の自然数である。

- (1) m が素数ならば、 $d_m = m$ であることを示せ。
- (2) すべての自然数 k に対し、 $k^m - k$ が d_m で割り切れることを、 k に関する数学的帰納法によって示せ。
- (3) m が偶数のとき d_m は 1 または 2 であることを示せ。