

東京大学（理科） 2007 年 第 5 問

表が出る確率が p 、裏が出る確率が $1-p$ であるような硬貨がある。ただし、 $0 < p < 1$ とする。この硬貨を投げて、次のルール (R) の下で、ブロック積みゲームを行う。

- (R) $\left\{ \begin{array}{l} \text{①} \quad \text{ブロックの高さは、最初は 0 とする。} \\ \text{②} \quad \text{硬貨を投げて表が出れば高さ 1 のブロックを 1 つ積み上げ、} \\ \quad \quad \text{裏が出ればブロックをすべて取り除いて高さ 0 に戻す。} \end{array} \right.$

n を正の整数、 m を $0 \leq m \leq n$ をみたす整数とする。

- (1) n 回硬貨を投げたとき、最後にブロックの高さが m となる確率 p_m を求めよ。
- (2) (1) で、最後にブロックの高さが m 以下となる確率 q_m を求めよ。
- (3) ルール (R) の下で、 n 回の硬貨投げを独立に 2 度行い、それぞれ最後のブロックの高さを考える。2 度のうち、高い方のブロックの高さが m である確率 r_m を求めよ。ただし、最後のブロックの高さが等しいときはその値を考えるものとする。