

東京大学 (理科) 2007 年 第 4 問

以下の問いに答えよ。

- (1) 実数 a に対し, 2 次の正方行列 A, P, Q が, 5 つの条件 $A = aP + (a + 1)Q$, $P^2 = P$, $Q^2 = Q$, $PQ = O$, $QP = O$ をみたすとする。ただし, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ である。このとき, $(P + Q)A = A$ が成り立つことを示せ。
- (2) a は正の数として, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a + 1 \end{pmatrix}$ を考える。この A に対し, (1) の 5 つの条件をすべてみたす行列 P, Q を求めよ。
- (3) n を 2 以上の整数とし, $2 \leq k \leq n$ をみたす整数 k に対して $A_k = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 1 & k + 1 \end{pmatrix}$ とおく。行列の積 $A_n A_{n-1} A_{n-2} \cdots A_2$ を求めよ。