

東京大学（理科） 2005 年 第 3 問

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{2}x \{1 + e^{-2(x-1)}\}$$

とする。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) $x > \frac{1}{2}$ ならば $0 \leq f'(x) < \frac{1}{2}$ であることを示せ。

(2) x_0 を正の数とするとき、数列 $\{x_n\}$ ($n = 0, 1, \dots$) を、 $x_{n+1} = f(x_n)$ によって定める。 $x_0 > \frac{1}{2}$ であれば、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$$

であることを示せ。