

東京大学（文科） 2005 年 第 1 問

$f(x)$ を $f(0) = 0$ をみたす 2 次関数とする。 a, b を実数として、関数 $g(x)$ を次で与える。

$$g(x) = \begin{cases} ax & (x \leq 0) \\ bx & (x > 0) \end{cases}$$

a, b をいろいろ変化させ

$$\int_{-1}^0 \{f'(x) - g'(x)\}^2 dx + \int_0^1 \{f'(x) - g'(x)\}^2 dx$$

が最小になるようにする。このとき、

$$g(-1) = f(-1), \quad g(1) = f(1)$$

であることを示せ。