

東京大学（理科） 2004 年 第 4 問

関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次のように定める。

$$f_1(x) = x^3 - 3x$$

$$f_2(x) = \{f_1(x)\}^3 - 3f_1(x)$$

$$f_3(x) = \{f_2(x)\}^3 - 3f_2(x)$$

以下同様に、 $n \geq 3$ に対して関数 $f_n(x)$ が定まったならば、関数 $f_{n+1}(x)$ を

$$f_{n+1}(x) = \{f_n(x)\}^3 - 3f_n(x)$$

で定める。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) a を実数とする。 $f_1(x) = a$ をみたす実数 x の個数を求めよ。
- (2) a を実数とする。 $f_2(x) = a$ をみたす実数 x の個数を求めよ。
- (3) n を 3 以上の自然数とする。 $f_n(x) = 0$ をみたす実数 x の個数は 3^n であることを示せ。