

東京大学（理科） 2002 年 第 3 問

xyz 空間内の原点 $O(0, 0, 0)$ を中心とし、点 $A(0, 0, -1)$ を通る球面を S とする。 S の外側にある点 $P(x, y, z)$ に対し、 OP を直径とする球面と S との交わりとして得られる円を含む平面を L とする。点 P と点 A から平面 L へ下した垂線の足をそれぞれ Q, R とする。このとき、

$$PQ \leq AR$$

であるような点 P の動く範囲 V を求め、 V の体積は 10 より小さいことを示せ。