

東京大学（理科） 2001 年 第 6 問

コインを投げる試行の結果によって、数直線上にある 2 点 A , B を次のように動かす。

表が出た場合：点 A の座標が点 B の座標より大きいときは、 A と B を共に正の方向に 1 動かす。そうでないときは、 A のみ正の方向に 1 動かす。

裏が出た場合：点 B の座標が点 A の座標より大きいときは、 A と B を共に正の方向に 1 動かす。そうでないときは、 B のみ正の方向に 1 動かす。

最初 2 点 A , B は原点にあるものとし、上記の試行を n 回繰り返して A と B を動かしていった結果、 A , B の到達した点の座標をそれぞれ a , b とする。

- (1) n 回コインを投げたときの表裏の出方の場合の数 2^n 通りのうち、 $a = b$ となる場合の数を X_n とおく。 X_{n+1} と X_n の間の関係式を求めよ。
- (2) X_n を求めよ。
- (3) n 回コインを投げたときの表裏の出方の場合の数 2^n 通りについての a の値の平均を求めよ。