

# 東京大学 (理科) 1997 年 第 3 問

$r$  は  $0 < r < 1$  をみたす実数とする。 $xyz$  空間に原点  $O(0, 0, 0)$  と 2 点  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$  をとる。

- (1)  $xyz$  空間の点  $P$  で条件

$$|\overrightarrow{PA}| = |\overrightarrow{PB}| = r|\overrightarrow{PO}|$$

をみたすものが存在するような  $r$  の範囲を求めよ。

- (2) 点  $P$  が (1) の条件をみたして動くとき, 内積  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  の最大値, 最小値を  $r$  の関数と考えてそれぞれ  $M(r)$ ,  $m(r)$  で表す。このとき, 左からの極限

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} (1-r)^2 \{M(r) - m(r)\}$$

を求めよ。