

東京大学（理科） 1996 年 第 5 問

xyz 空間内の円柱 $x^2 + y^2 = R^2$, $R > 0$ を側面とする容器に, 水面が $z = 0$ と一致するように $z \leq 0$ の部分に水がはいっている。

$z \geq 0$ に対して定義された連続な関数 $r(z)$ で

$$r(0) = 0, \quad 0 \leq r(z) < R$$

をみたすものを考える。 xz 平面内の不等式

$$0 \leq x \leq r(z), \quad z \geq 0$$

で表される領域を z 軸のまわりに 1 回転してできる回転体を毎秒 1 の速さで下に動かすと, t 秒後には水面が $z = f(t)$ に上昇するという。

$t \geq 0$ に対し, $f(t) = e^t - t - 1$ であるとき, 関数 $r(z)$ を決定せよ。