

東京大学（理科） 1994 年 第 5 問

大量のカードがあり、各々のカードに 1, 2, 3, 4, 5, 6 の数字のいずれかの一つが書かれている。これらのカードから無作為に 1 枚をひくとき、どの数字のカードをひく確率も正である。さらに、3 の数字のカードをひく確率は p であり、1, 2, 5, 6 の数字のカードをひく確率はそれぞれ q に等しいとする。

これらのカードから 1 枚をひき、その数字 a を記録し、このカードをもとに戻して、もう 1 枚ひき、その数字を b とする。このとき、 $a + b \leq 4$ となる事象を A 、 $a < b$ となる事象を B とし、それぞれのおこる確率を $P(A)$ 、 $P(B)$ と書く。

- (1) $E = 2P(A) + P(B)$ とおくとき、 E を p 、 q で表せ。
- (2) $\frac{1}{p}$ と $\frac{1}{q}$ がともに自然数であるとき、 E の値を最大にするような p 、 q を求めよ。