

東京大学 (文科) 1994 年 第 4 問

$0 < c < 1$ とする。3 次関数 $f(x) = -4x^3 + 3x^2$ に対し,

$$f_1(x) = f(x) + \int_0^c f(t) dt, \quad f_2(x) = f(x) + \int_0^c f_1(t) dt$$

とおく。以下, 関数 $f_3(x), f_4(x), \dots$ を順次

$$f_n(x) = f(x) + \int_0^c f_{n-1}(t) dt \quad (n = 3, 4, \dots)$$

により定める。

- (1) 関数 $f_n(x)$ を求めよ。
- (2) $f_n(x)$ について, $0 < x < 1$ のとき, $f_n(x) = 0$ を満たす x がただひとつ存在することを示せ。