

東京大学（文科） 1992 年 第 3 問

$p_1 = 1, p_2 = 1, p_{n+2} = p_n + p_{n+1} (n \geq 1)$ によって定義される数列 $\{p_n\}$ をフィボナッチ数列といい、その一般項は

$$p_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$$

で与えられる。必要ならばこの事実を用いて、次の問いに答えよ。

各桁の数字が 0 か 1 であるような自然数の列 $X_n (n = 1, 2, \dots)$ を次の規則により定める。

- (i) $X_1 = 1$
- (ii) X_n のある桁の数字 α が 0 ならば α を 1 で置き換え、 α が 1 ならば α を '10' で置き換える。 X_n の各桁ごとにこのような置き換えを行って得られる自然数を X_{n+1} とする。

たとえば、 $X_1 = 1, X_2 = 10, X_3 = 101, X_4 = 10110, X_5 = 10110101, \dots$ となる。

- (1) X_n の桁数 a_n を求めよ。
- (2) X_n の中に '01' という数字の配列が現れる回数 b_n を求めよ（たとえば $b_1 = 0, b_2 = 0, b_3 = 1, b_4 = 1, b_5 = 3, \dots$ ）。