

東京大学（理科） 1989 年 第 3 問

虚部が正の複素数の全体を H とする。すなわち,

$$H = \{z = x + iy \mid x, y \text{ は実数で } y > 0\}$$

とする。以下 z を H に属する複素数とする。 q を正の実数とし,

$$f(z) = \frac{z + 1 - q}{z + 1}$$

とおく。

- (1) $f(z)$ もまた H に属することを示せ。
- (2) $f_1(z) = f(z)$ と書き, 以下 $n = 2, 3, 4, \dots$ に対して

$$f_2(z) = f(f_1(z)), \quad f_3(z) = f(f_2(z)), \quad \dots, \quad f_n(z) = f(f_{n-1}(z)), \quad \dots$$

とおく。このとき, H のすべての元 z に対して $f_{10}(z) = f_5(z)$ が成立するような q の値を求めよ。