

東京大学（理科） 1979 年 第 1 問

xy 平面上の 4 点 $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(1, 1)$, $D(0, 1)$ を頂点とする正方形を Q とする。

実数 t に対して一次変換 $U_t = \begin{pmatrix} 1+t & t+t^2 \\ 0 & 1+t \end{pmatrix}$, $V_t = \begin{pmatrix} 1+t & 0 \\ t+t^2 & 1+t \end{pmatrix}$ を考え、 Q が U_t によって写された図形と、 Q が V_t によって写された図形との共通部分の面積を $S(t)$ とする。 t が $t \geq 0$ の範囲を動くとき、 t の関数 $S(t)$ のグラフの概形を描き、 $S(t)$ のこの範囲での最大値を求めよ。