

xy 平面において放物線 $y = x^2$ の、 $0 < x < 1$ に対応する部分を L とする。（すなわち $L = \{(x, x^2) \mid 0 < x < 1\}$ である。）点 $P(x, x^2)$ における L の接線が直線 $y = 0$ 、直線 $x = 1$ と交わる点をそれぞれ A 、 B とする。また座標が $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(1, 1)$ である三点を、それぞれ O 、 C 、 D とする。

以下つねに $0 < x < 1$ という範囲で考えるものとする。

- (1) $\triangle PAC$ 、 $\triangle PCB$ の面積をそれぞれ $g(x)$ 、 $h(x)$ とするとき、 $g(x) \leq h(x)$ となる x の範囲を求めよ。
- (2) 線分 OC および線分 CD と放物線の一部 L で囲まれた範囲を M とする。ただし M はその周である線分 OC 、 CD および L を含むものとする。いま L 上の点 $P(x, x^2)$ を頂点とし、 M に含まれるような三角形のうち、最大の面積を持つものの面積を $f(x)$ とする。関数 $f(x)$ を求め、そのグラフを描け。また $f(x)$ の極値を求めよ。ただし $I = \{x \mid 0 < x < 1\}$ の点 a で、関数 f が極小値（または極大値）をとるとは、 a に近い I のすべての点 x に対して $f(a) \leq f(x)$ （または $f(a) \geq f(x)$ ）となることをいう。極大値と極小値をあわせて極値という。

