

東京大学（理科） 1978 年 第 4 問

行列 $A = \begin{pmatrix} 1/3 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ に対し、次の問に答えよ。

任意の整数 $n > 0$ に対して、 A^n を数学的帰納法を用いて求めよ。また、与えられた $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ に対し $A^n \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$ ($n = 1, 2, \dots$) とおくとき、極限

$$u = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}, \quad v = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}$$

を求めよ。ただし、 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とする。