

東京大学 (理科) 1977 年 第 4 問

正方形 S の頂点 A_1, A_2, A_3, A_4 がそれぞれ xy 平面上の点 $(0, 0), (2, 0), (2, 2), (0, 2)$ の位置にあるとき、点 $(1, a)$ の位置にある正方形 S 内の点を P とする。ただし、 $0 \leq a \leq 2$ とする。

正方形 S が上の位置から出発し、第一象限内において x 軸上をその正の向きに滑らずにころがって行くとき、点 P が動いてできる曲線を C とする。3 直線 $x = 1, x = 9, y = 0$ と曲線 C とで囲まれる図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる立体を考え、その体積を $V(a)$ で表す。

$V(a)$ を a の式で表せ。 a が $0 \leq a \leq 2$ の範囲を動くとき、 $V(a)$ が最小となる a の値および $V(a)$ の最小値を求めよ。

