

図のように球 S に内接する球の列 S_n , $n = 1, 2, 3, \dots$ がある。 S の中心 O と S_n の中心 O_n はすべて同一平面上にあり、 O_{n+1} は S_n の表面上にあって、この平面において O_{n+2} と O_n は直線 OO_{n+1} に関して互いに反対側にある。また S の半径は a , S_n の半径は $\frac{a}{2^n}$ である。このとき、

(i) S_n と S_{n+1} の共通部分の体積 v_n を求めよ。

(ii) $m = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 $V_m = \sum_{n=1}^m v_n$ とおくとき、 $V = \lim_{m \rightarrow \infty} V_m$ を求めよ。

