

東京大学（文科） 1971 年 第 4 問

x の整式

$$f_n(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

について

$$f'_n(x) = f_{n-1}(x) \quad (n = 2, 3, \cdots)$$

が成り立つことを証明せよ。

方程式 $f_n(x) = 0$ は、 n が奇数ならばただ 1 つの実根をもち、 n が偶数ならば実根をもたないことを数学的帰納法を用いて証明せよ。