

入学試験過去問題

数 学

筑波大学（文系）

対象年度：2024年

試験時間：120分

問題数：3問

第 1 問

$\triangle OAB$ において、 $OA = OB = 4$ 、 $AB = 2$ とする。 $\angle OAB$ の二等分線と線分 OB の交点を C とし、点 O から直線 AC に垂線 OD を引く。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AC}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) $\triangle BCD$ の面積を求めよ。

第 2 問

以下の問いに答えよ。

- (1) $x > 1$, $y > 1$ のとき, 不等式

$$\log_x y + \log_y x \geq 2$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 座標平面において, 連立不等式

$$x > 1, \quad y > x, \quad \log_x y + \log_y x < \frac{5}{2}$$

の表す領域を図示せよ。

- (3) (2) の領域の中で $x^2 + y^2 < 12$ を満たす部分に境界線を含めた図形を D とする。
 D の面積を求めよ。

第 3 問

$f(x) = x(x+1)(x-1)$ とする。座標平面において、曲線 $y = f(x)$ を C とし、曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線を L とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 直線 L の方程式を t を用いて表せ。
- (2) $t \neq 0$ のとき、直線 L と曲線 C の共有点で、点 $(t, f(t))$ とは異なるものを $(a, f(a))$ とする。 a を t を用いて表せ。また、 t が 0 を除いた実数を動くとき、 $f'(t)f'(a)$ の最小値を求めよ。
- (3) 次の条件 (A) を満たすような実数 t の範囲を求めよ。
 - (A) 曲線 C 上の点 $(s, f(s))$ における接線が直線 L と直交するような実数 s が存在する。