

入学試験過去問題

数 学

筑波大学（文系）

対象年度：2021 年

試験時間：120 分

問題数：3 問

第 1 問

xy 平面において 2 つの円

$$C_1 : x^2 - 2x + y^2 + 4y - 11 = 0,$$

$$C_2 : x^2 - 8x + y^2 - 4y + k = 0$$

が外接するとし、その接点を P とする。以下の問いに答えよ。

- (1) k の値を求めよ。
- (2) P の座標を求めよ。
- (3) 円 C_1 と円 C_2 の共通接線のうち点 P を通らないものは 2 本ある。これら 2 直線の交点 Q の座標を求めよ。

第 2 問

$t = \sin \theta + \cos \theta$ とし, θ は $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くものとする。

- (1) t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ と $\cos 4\theta$ を, それぞれ t を用いて表せ。
- (3) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \cos 4\theta$ であるとき, t の値をすべて求めよ。

第 3 問

O を原点とする座標空間において、3 点 A $(-2, 0, 0)$, B $(0, 1, 0)$, C $(0, 0, 1)$ を通る平面を α とする。2 点 P $(0, 5, 5)$, Q $(1, 1, 1)$ をとる。点 P を通り $\overrightarrow{OQ}$ に平行な直線を ℓ とする。直線 ℓ 上の点 R から平面 α に下ろした垂線と α の交点を S とする。 $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + k\overrightarrow{OQ}$ (ただし k は実数) とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) k を用いて、 $\overrightarrow{AS}$ を成分で表せ。
- (2) 点 S が $\triangle ABC$ の内部または周にあるような k の値の範囲を求めよ。