

入学試験過去問題

数 学

筑波大学（文系）

対象年度：2020 年

試験時間：120 分

問題数：3 問

第 1 問

xy 平面上の 3 点 $A(0, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の内接円を T とする。点 $D(0, -1)$ を通り、傾きが正である直線を $\ell: y = ax - 1$ とする。

- (1) 円 T の半径を r とする。 r を求めよ。
- (2) 直線 ℓ と円 $x^2 + y^2 = 1$ の交点のうち、 D と異なる点を E とする。点 E の座標を a を用いて表せ。
- (3) 直線 ℓ が円 T に接するとする。このとき、(2) で求めた点 E を通り、 x 軸と平行な直線が、円 T に接することを示せ。

第 2 問

xy 平面において、円 $x^2 + y^2 = 1$ の $x \geq 0$ かつ $y \geq 0$ を満たす部分を C_1 とする。また、直線 $y = x$ の $x \leq 0$ を満たす部分を C_2 とする。 C_1 上の点 A, C_2 上の点 B および点 P $(-1, 0)$ について、 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ であるとする。点 A の座標を $(\cos \theta, \sin \theta)$ とする。ただし $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。

- (1) 点 B の x 座標を θ を用いて表せ。
- (2) 線分 AB の中点の x 座標が 0 以上であるような θ の範囲を求めよ。

第 3 問

O を原点とする xy 平面上に 2 直線

$$\ell : y = \sqrt{3}x, \quad m : y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$$

がある。正の整数 n に対して、 ℓ 上に点 $P_n(n, \sqrt{3}n)$ をとり、 m 上に点 $Q_n\left(x_n, -\frac{1}{\sqrt{3}}x_n\right)$ をとる。ただし、 x_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) は次の条件 (I), (II) を満たすとする。

(I) $x_1 = 1$ である。

(II) $n \geq 2$ のとき、 x_n は、 Q_{n-1} を通り ℓ と平行な直線と、 x 軸との交点の x 座標である。

また、正の整数 n に対して、 $\triangle OP_n Q_n$ の面積を a_n とする。

(1) x_n を n を用いて表せ。

(2) a_n を n を用いて表せ。

(3) 正の整数 n に対して、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ と定める。 S_n を n を用いて表せ。