

入学試験過去問題

数 学

筑波大学（文系）

対象年度：2013年

試験時間：120分

問題数：2問

第 1 問

$f(x)$, $g(t)$ を

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 - x^2 - 2x + 1 \\g(t) &= \cos 3t - \cos 2t + \cos t\end{aligned}$$

とおく。

- (1) $2g(t) - 1 = f(2 \cos t)$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\theta = \frac{\pi}{7}$ のとき, $2g(\theta) \cos \theta = 1 + \cos \theta - 2g(\theta)$ が成り立つことを示せ。
- (3) $2 \cos \frac{\pi}{7}$ は 3 次方程式 $f(x) = 0$ の解であることを示せ。

第 2 問

3つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ が

$$\begin{aligned}a_{n+1} &= -b_n - c_n & (n = 1, 2, 3, \dots) \\b_{n+1} &= -c_n - a_n & (n = 1, 2, 3, \dots) \\c_{n+1} &= -a_n - b_n & (n = 1, 2, 3, \dots)\end{aligned}$$

および $a_1 = a$, $b_1 = b$, $c_1 = c$ を満たすとする。ただし, a , b , c は定数とする。

- (1) $p_n = a_n + b_n + c_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる数列 $\{p_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $q_n = (-1)^n \{(a_n)^2 + (b_n)^2 + (c_n)^2\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる数列 $\{q_n\}$ の初項から第 $2n$ 項までの和を T_n とする。 $a + b + c$ が奇数であれば, すべての自然数 n に対して T_n が正の奇数であることを数学的帰納法を用いて示せ。