

入学試験過去問題

数 学

筑波大学（文系）

対象年度：2012年

試験時間：120分

問題数：2問

第 1 問

x の方程式 $|\log_{10} x| = px + q$ (p, q は実数) が 3 つの相異なる正の解をもち、次の 2 つの条件を満たすとする。

(I) 3 つの解の比は、 $1 : 2 : 3$ である。

(II) 3 つの解のうち最小のものは、 $\frac{1}{2}$ より大きく、 1 より小さい。

このとき、 $A = \log_{10} 2$, $B = \log_{10} 3$ とおき、 p と q を A と B を用いて表せ。

第 2 問

四面体 OABC において、次が満たされているとする。

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}$$

点 A, B, C を通る平面を α とする。点 O を通り平面 α と直交する直線と、平面 α との交点を H とする。

- (1) $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{BC}$ は垂直であることを示せ。
- (2) 点 H は $\triangle ABC$ の垂心であること、すなわち $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB}$ を示せ。
- (3) $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 2$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA} = 1$ とする。このとき、 $\triangle ABC$ の各辺の長さおよび線分 OH の長さを求めよ。