

入学試験過去問題

数 学

筑波大学（文系）

対象年度：2010 年

試験時間：120 分

問題数：2 問

第 1 問

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$ とおく。ただし $a > 0$ とする。

- (1) $f(-1) \leq f(3)$ となる a の範囲を求めよ。
- (2) $f(x)$ の極小値が $f(-1)$ 以下となる a の範囲を求めよ。
- (3) $-1 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最小値を a を用いて表せ。

第 2 問

点 O を原点とする座標平面上に、2 点 $A(1, 0)$, $B(\cos \theta, \sin \theta)$ ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) をとり、以下の条件をみたす 2 点 C, D を考える。

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 1, \quad \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = 0, \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0, \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 1$$

また、 $\triangle OAB$ の面積を S_1 , $\triangle OCD$ の面積を S_2 とおく。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$ の成分を求めよ。
- (2) $S_2 = 2S_1$ が成り立つとき、 θ と S_1 の値を求めよ。
- (3) $S = 4S_1 + 3S_2$ を最小にする θ と、そのときの S の値を求めよ。