

2024 年度 個別学力試験問題

数 学 (120 分)

●総 合 選 抜

文系学部，理系学部

●学類・専門学群選抜

文系学部，理系学部

注 意

1. 問題冊子は 1 ページから 8 ページまでである。
2. 解答すべき問題番号を下表で確認のうえ指定の解答用紙に解答すること。
3. 問題冊子は持ち帰ること。

選抜区分	学部	1	2	3	4	5	6	備 考
総合選抜	文系	☐	☐	☐				☐ 印から 2 問を選択解答すること。
	理系	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐ 印から 2 問を選択， ☐ 印から 2 問を選択，計 4 問を解答すること。
学類・専門学群選抜	文系	☐	☐	☐				☐ 印から 2 問を選択解答すること。
	理系	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐ 印から 2 問を選択， ☐ 印から 2 問を選択，計 4 問を解答すること。

〔 1 〕 $\triangle OAB$ において, $OA = OB = 4$, $AB = 2$ とする。 $\angle OAB$ の二等分線と線分 OB の交点を C とし, 点 O から直線 AC に垂線 OD を引く。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AC}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) $\triangle BCD$ の面積を求めよ。

〔 2 〕 以下の問いに答えよ。

- (1) $x > 1, y > 1$ のとき, 不等式

$$\log_x y + \log_y x \geq 2$$

が成り立つことを示せ。

- (2) 座標平面において, 連立不等式

$$x > 1, \quad y > x, \quad \log_x y + \log_y x < \frac{5}{2}$$

の表す領域を図示せよ。

- (3) (2) の領域の中で $x^2 + y^2 < 12$ を満たす部分に境界線を含めた図形を D とする。 D の面積を求めよ。

〔 3 〕 $f(x) = x(x+1)(x-1)$ とする。座標平面において、曲線 $y = f(x)$ を C とし、曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線を L とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 直線 L の方程式を t を用いて表せ。
- (2) $t \neq 0$ のとき、直線 L と曲線 C の共有点で、点 $(t, f(t))$ とは異なるものを $(a, f(a))$ とする。 a を t を用いて表せ。また、 t が 0 を除いた実数を動くとき、 $f'(t)f'(a)$ の最小値を求めよ。
- (3) 次の条件 (A) を満たすような実数 t の範囲を求めよ。

(A) 曲線 C 上の点 $(s, f(s))$ における接線が直線 L と直交するような実数 s が存在する。

〔 4 〕 座標平面において、媒介変数表示

$$x = -t \left(t - \frac{3}{2} \right), \quad y = \sin \pi t \quad (0 \leq t \leq 1)$$

で表される曲線を C とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 定積分 $\int_0^1 t \sin \pi t \, dt$ を求めよ。
- (2) 実数 a に対し、曲線 C と直線 $x = a$ の共有点の個数を求めよ。
- (3) 曲線 C と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔 5 〕 a と b は実数の定数とする。関数

$$f(x) = (1 - 2x^2) \cos 2x + 2x \sin 2x + a \cos^2 x + b \int_0^x t \sin 2t \, dt$$

について、以下の問いに答えよ。

(1) $a = 8\pi^2$, $b = -4\pi$ のとき, $0 < x < \frac{3}{2}\pi$ において $f(x)$ が極値をとる x の値をすべて求めよ。

(2) 次の条件 (B) を満たす a , b を求めよ。

(B) $0 < x < \frac{3}{2}\pi$ において, $f(x)$ は極値をとらない。

〔 6 〕 定数 α は実数でない複素数とする。以下の問いに答えよ。

(1) $\frac{\alpha - |\alpha|}{\alpha + |\alpha|}$ は純虚数であることを示せ。

(2) 純虚数 β で、 $\frac{\beta - |\alpha|}{\alpha + |\alpha|}$ が純虚数となるものがただ一つ存在することを示せ。

(3) 複素数 z を $\frac{z - |\alpha|}{\alpha + |\alpha|}$ が純虚数となるように動かすとき、 $|z|$ が最小となる z を α を用いて表せ。

