

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（理系）

対象年度：2026 年

試験時間：75 分

問題数：3 問

第 1 問

$\log$ を自然対数とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $x > 0$ の範囲で不等式 $\log x > -\frac{1}{\sqrt{x}}$ が成り立つことを用いて、等式

$$\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$$

が成り立つことを示しなさい。

- (2) 関数

$$f(x) = x \log x - x \quad (x > 0)$$

の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描きなさい。ただし、変曲点は調べなくてよい。

- (3) a を $a > 0$ をみたす実数とする。 $x > 0$ の範囲で x の方程式

$$x^x = ae^x$$

を考える。この方程式が異なる 2 つの正の実数解を持つような a の値の範囲を求めなさい。

第 2 問

自然数 n に対し, $I_n = \int_0^1 \frac{x^n(1-x)}{x+1} dx$, $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{(k+1)(k+2)}$ とおく。以下の問いに答えなさい。

- (1) I_1 の値を求めなさい。
- (2) $I_n + I_{n+1}$ を n を用いて表しなさい。
- (3) 自然数 n に対し, 等式 $S_n = I_1 + (-1)^{n-1}I_{n+1}$ が成り立つことを示しなさい。
- (4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めなさい。

第 3 問

a を $0 < a < 1$ をみたす実数とする。O (0, 0, 0) を原点とする座標空間内の 3 点 A (2a, 0, -1), B (-a, $\sqrt{3}a$, -1), C (-a, $-\sqrt{3}a$, -1) を考える。さらに, 3 点 A, B, C の定める平面上にない点 D (x, y, z) を考える。四面体 ABCD の重心 G とは,

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}}{4}$$

により定まる点である。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle ABC$ の 3 辺 AB, AC, BC の長さをそれぞれ a を用いて表しなさい。
- (2) 四面体 ABCD の重心が G (0, 0, -a) のとき, 四面体 ABCD の体積 $V(a)$ を a を用いて表しなさい。
- (3) a が $0 < a < 1$ の範囲を動くとき, (2) の $V(a)$ が最大となる a の値を求め, そのときの $V(a)$ の値を求めなさい。