

前期

理系

2026 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 $\log$ を自然対数とする。以下の問いに答えなさい。

(1) $x > 0$ の範囲で不等式 $\log x > -\frac{1}{\sqrt{x}}$ が成り立つことを用いて、等式

$$\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$$

が成り立つことを示しなさい。

(2) 関数

$$f(x) = x \log x - x \quad (x > 0)$$

の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描きなさい。ただし、変曲点は調べなくてよい。

(3) a を $a > 0$ をみたす実数とする。 $x > 0$ の範囲で x の方程式

$$x^x = ae^x$$

を考える。この方程式が異なる 2 つの正の実数解を持つような a の値の範囲を求めなさい。

2 自然数 n に対し、 $I_n = \int_0^1 \frac{x^n(1-x)}{x+1} dx$, $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{(k+1)(k+2)}$ とおく。以下の問いに答えなさい。

(1) I_1 の値を求めなさい。

(2) $I_n + I_{n+1}$ を n を用いて表しなさい。

(3) 自然数 n に対し、等式 $S_n = I_1 + (-1)^{n-1} I_{n+1}$ が成り立つことを示しなさい。

(4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めなさい。

- 3 a を $0 < a < 1$ をみたす実数とする。O (0, 0, 0) を原点とする座標空間内の 3 点 A (2a, 0, -1), B (-a, $\sqrt{3}a$, -1), C (-a, $-\sqrt{3}a$, -1) を考える。さらに, 3 点 A, B, C の定める平面上にない点 D (x, y, z) を考える。四面体 ABCD の重心 G とは,

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}}{4}$$

により定まる点である。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle ABC$ の 3 辺 AB, AC, BC の長さをそれぞれ a を用いて表しなさい。
- (2) 四面体 ABCD の重心が G (0, 0, -a) のとき, 四面体 ABCD の体積 $V(a)$ を a を用いて表しなさい。
- (3) a が $0 < a < 1$ の範囲を動くとき, (2) の $V(a)$ が最大となる a の値を求め, そのときの $V(a)$ の値を求めなさい。

