

入学試験過去問題

数 学

東京都立大学（理系）

対象年度：2025 年

試験時間：75 分

問題数：3 問

第 1 問

次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について考える。

$$a_1 = 4, \quad b_1 = 2, \quad \begin{cases} a_{n+1} = 4a_n^3 b_n^4 \\ b_{n+1} = \frac{1}{2}a_n b_n^3 \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えなさい。

- (1) 数列 $\{c_n\}$ を

$$c_n = \log_2 a_n - 2 \log_2 b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。 $\{c_n\}$ の一般項を求めなさい。

- (2) 数列 $\{d_n\}$ を

$$d_n = \log_2 a_n + 2 \log_2 b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。 $\{d_n\}$ の一般項を求めなさい。

- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めなさい。

第 2 問

自然数 n に対し,

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx$$

とおく。以下の問いに答えなさい。

- (1) I_1 と I_2 の値を求めなさい。
- (2) $\frac{I_{n+2}}{I_n}$ を求めなさい。必要ならば部分積分を用いてよい。
- (3) $(n+1)I_n I_{n+1}$ を求めなさい。

第 3 問

下の図の直方体 ABCD-EFGH において、 $AB = 3$ 、 $AD = 1$ 、 $AE = 2$ とする。 t は $0 < t < 1$ をみたす実数とする。線分 BF を $t : (1 - t)$ に内分する点を P とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\theta = \angle CPE$ とおく。 $\cos \theta$ を t を用いて表しなさい。
- (2) $\triangle CEP$ の面積を $S(t)$ とする。 $S(t)$ を t を用いて表しなさい。
- (3) t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき、(2) の $S(t)$ の最小値を求めなさい。また、そのときの t の値を求めなさい。

