

前期

理系

2025 年度入学試験学力検査問題

数 学

〔 理系学部 75 分 〕

答 案 用 紙 3 枚

注 意

1. 監督員の合図があるまで、問題の内容を見てはいけません。
2. 筆記用具のほか定規，コンパスの使用を認めます。
ただし，分度器の使用は認めません。
3. 受験番号及び氏名は，答案用紙の所定欄に必ず記入してください。

(例) 受験番号 1234567X の場合 →

		1	2	3
4	5	6	7	X

4. 解答には黒鉛筆またはシャープペンシルを使用し，必ず配付された答案用紙に記入してください。
答案用紙には，解答に関係のないことを記入してはいけません。
5. 試験中に不鮮明な印刷等に気付いた時は，手をあげて監督員に申し出てください。
6. 答案用紙を切り取ったり，持ち帰ったりしてはいけません。
7. 問題冊子の余白は利用可能ですが，どのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子は，持ち帰ってください。また，試験終了時刻まで退室できません。

1 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について考える。

$$a_1 = 4, \quad b_1 = 2, \quad \begin{cases} a_{n+1} = 4a_n^3 b_n^4 \\ b_{n+1} = \frac{1}{2} a_n b_n^3 \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えなさい。

(1) 数列 $\{c_n\}$ を

$$c_n = \log_2 a_n - 2 \log_2 b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。 $\{c_n\}$ の一般項を求めなさい。

(2) 数列 $\{d_n\}$ を

$$d_n = \log_2 a_n + 2 \log_2 b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。 $\{d_n\}$ の一般項を求めなさい。

(3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めなさい。

2 自然数 n に対し,

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \, dx$$

とおく。以下の問いに答えなさい。

(1) I_1 と I_2 の値を求めなさい。

(2) $\frac{I_{n+2}}{I_n}$ を求めなさい。必要ならば部分積分を用いてよい。

(3) $(n+1)I_n I_{n+1}$ を求めなさい。

3 下の図の直方体 ABCD-EFGH において、 $AB = 3$ 、 $AD = 1$ 、 $AE = 2$ とする。
 t は $0 < t < 1$ をみたす実数とする。線分 BF を $t : (1 - t)$ に内分する点を P とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $\theta = \angle CPE$ とおく。 $\cos \theta$ を t を用いて表しなさい。
- (2) $\triangle CEP$ の面積を $S(t)$ とする。 $S(t)$ を t を用いて表しなさい。
- (3) t が $0 < t < 1$ の範囲を動くとき、(2) の $S(t)$ の最小値を求めなさい。また、そのときの t の値を求めなさい。



